

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования

**УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Расчетно-графическая работа №2
Расчет цепей синусоидального тока

Выполнил: студент гр.Группа

Фамилия И. О. студента

Проверил:

преподаватель Ф. И. О. преподавателя

Уфа 2011

Вариант:

Исходные данные:

$$R_1 = 22 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 45 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 79 \text{ Ом}$$

$$L_1 = 55 \text{ мГн}$$

$$L_2 = 71 \text{ мГн}$$

$$C_1 = 67 \text{ мкФ}$$

$$E_1 = 84 \text{ В}$$

$$E_2 = 231 \text{ В}$$

$$\phi_1 = 177^\circ$$

$$\phi_2 = 195^\circ$$

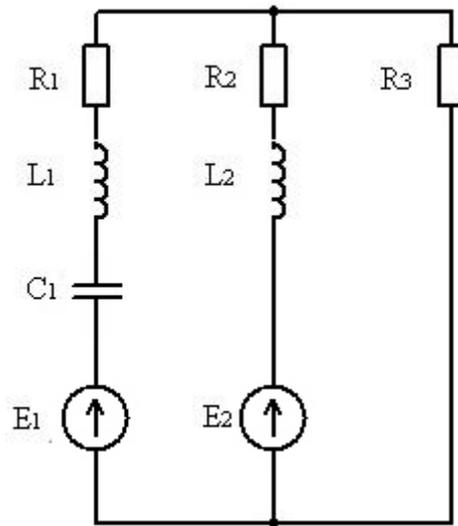


Рис. 1 Исходная схема

Задание:

1. Определить комплексы действующих значений токов во всех ветвях, воспользовавшись одним из методов расчета линейных электрических цепей.
2. Определить показания ваттметров.
3. Составить баланс активных и реактивных мощностей.
4. Построить в масштабе топографическую диаграмму напряжений, совместив ее с векторной диаграммой токов.
5. Записать в общем виде уравнения Кирхгофа в дифференциальной и комплексной формах, полагая что между двумя индуктивностями есть магнитная связь.

1. Определение комплексов действующих значений токов во всех ветвях схемы

Вспользуемся методом контурных токов для нахождения искомым токов

Введём контурные токи \underline{I}_{11} и \underline{I}_{22}

Составим эквивалентную схему и выберем произвольное направление контурных токов:

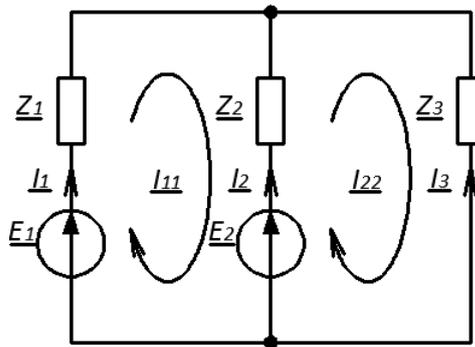


Рис. 2 Эквивалентная схема с обозначенными контурными токами

Определим комплексные сопротивления каждой ветви:

$$\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{L1} - jX_{C1} = 22 - j30,23 \text{ Ом}$$

$$X_{L1} = \omega L_1 = 2\pi fL_1 = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,055 = 17,279 \text{ Ом}$$

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{2\pi fC_1} = 1/(2\pi \cdot 50 \cdot 0,000067) = 47,509 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jX_{L2} = 45 + j22,305 \text{ Ом}$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 2\pi fL_2 = 2\pi \cdot 50 \cdot 0,071 = 22,305 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_3 = R_3 = 79 \text{ sZb3 Ом}$$

Найдем комплексные напряжения источников ЭДС:

$$\underline{E}_1 = E_1 e^{j\phi_1} = 84 e^{j177^\circ} = 84 \cos 177^\circ + j84 \sin 177^\circ = -83,885 + j4,396 \text{ В}$$

$$\underline{E}_2 = E_2 e^{j\phi_2} = 231 e^{j195^\circ} = 231 \cos 195^\circ + j231 \sin 195^\circ = -223,129 - j59,787 \text{ В}$$

Выразим искомые токи через контурные токи:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{11}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{22}$$

Для каждого контура составим уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} \underline{I}_{11} \cdot \underline{Z}_{11} - \underline{I}_{22} \cdot \underline{Z}_{12} = \underline{E}_{11} \\ -\underline{I}_{11} \cdot \underline{Z}_{21} + \underline{I}_{22} \cdot \underline{Z}_{22} = \underline{E}_{22} \end{cases}, \text{ где}$$

$$\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 22 - j30,23 + 45 + j22,305 = 67 - j7,925 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = 45 + j22,305 + 79 = 124 + j22,305 \text{ Ом}$$

$$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_2 = 45 + j22,305 \text{ Ом}$$

$$\underline{E}_{11} = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 = -83,885 + j4,396 - (-223,129 - j59,787) = 139,244 + j64,183 \text{ В}$$

$$\underline{E}_{22} = \underline{E}_2 = -223,129 - j59,787 \text{ В}$$

Подставим полученные данные в систему:

$$\underline{I}_{11}(67 - j7,925) - \underline{I}_{22}(45 + j22,305) = 139,244 + j64,183$$

$$- \underline{I}_{11}(45 + j22,305) + \underline{I}_{22}(124 + j22,305) = -223,129 - j59,787$$

Решением системы являются значения контурных токов:

$$\underline{I}_{11} = 0,879 + j0,677 \text{ А}$$

$$\underline{I}_{22} = -1,566 + j0,203 \text{ А}$$

Находим искомые комплексные токи:

$$\underline{I}_1 = 0,879 + j0,677 = 1,11e^{j38^\circ} \text{ А}$$

$$\underline{I}_2 = -2,445 - j0,474 = 2,491e^{j191^\circ} \text{ А}$$

$$\underline{I}_3 = 1,566 - j0,203 = 1,579e^{-j7^\circ} \text{ А}$$

2. Определение показаний ваттметров

Найдем показания ваттметров:

$$pW_1 = \operatorname{Re}(\underline{U}_{ab} \cdot \underline{I}_1^*)$$

$$pW_2 = \operatorname{Re}(\underline{U}_{ak} \cdot \underline{I}_3^*)$$

$$\underline{U}_{ab} = \underline{E}_1 - \underline{I}_1 \underline{Z}_1 = 84e^{177^\circ} - 1,11e^{j38^\circ} \cdot 37,388e^{-j54^\circ} = 124,787e^{j173^\circ} \text{ В}$$

$$\underline{U}_{ak} = -\underline{I}_2 \underline{Z}_2 = -2,491e^{j191^\circ} \cdot 50,225e^{j26^\circ} = -125,11e^{j217^\circ} \text{ В}$$

$$\underline{I}_1^* = 1,11e^{-j38^\circ} \text{ А}; \underline{I}_2^* = 2,491e^{-j191^\circ} \text{ А}; \underline{I}_3^* = 1,579e^{j7^\circ} \text{ А}$$

$$\underline{U}_{ab} \underline{I}_1^* = 124,787e^{j173^\circ} \cdot 1,11e^{-j38^\circ} = 138,514e^{j135^\circ} = -97,944 + j97,944 \text{ В}$$

$$\underline{U}_{ak} \underline{I}_3^* = -125,11e^{j217^\circ} \cdot 1,579e^{j7^\circ} = -197,549e^{j224^\circ} = 142,105 + j137,229 \text{ В}$$

$$pW_1 = \operatorname{Re}(\underline{U}_{ab} \cdot \underline{I}_1^*) = -97,944 \text{ Вт}$$

$$pW_2 = \operatorname{Re}(\underline{U}_{ak} \cdot \underline{I}_3^*) = 142,105 \text{ Вт}$$

3. Баланс активных и реактивных мощностей

Проверим баланс мощностей:

$$S_{ИСТ} = \underline{E}_1 \cdot \underline{I}_1^* + \underline{E}_2 \cdot \underline{I}_2^* = 84e^{177^\circ} \cdot 1,11e^{-j38^\circ} + 231e^{195^\circ} \cdot 2,491e^{-j191^\circ} = 503,65 + j101,31 \text{ Вт},$$

где

$$P_{ИСТ} = \text{Re}[S_{ИСТ}] = 503,65 \text{ Вт}$$

$$Q_{ИСТ} = \text{Im}[S_{ИСТ}] = +j101,31 \text{ вар}$$

$$\begin{aligned} S_{ПП} &= I_1 \cdot \underline{Z}_1 + I_2 \cdot \underline{Z}_2 + I_3 \cdot \underline{Z}_3 = \\ &= I_1 \cdot (R_1 + jX_{L1} - jX_{C1}) + I_2 \cdot (R_2 + jX_{L2}) + I_3 \cdot (R_3) = \\ &= 1,11^2 \cdot (22 + j17,279 - j47,509) + 2,491^2 \cdot (45 + j22,305) + \\ &+ 1,579^2 \cdot 79 = 503,3 + j101,16 \text{ Вт} \end{aligned}$$

$$P_{ПП} = \text{Re}[S_{ПП}] = 503,3 \text{ Вт}$$

$$Q_{ПП} = \text{Im}[S_{ПП}] = +j101,16 \text{ вар}$$

Т.к. $P_{ИСТ} = P_{ПП}$ и $Q_{ИСТ} = Q_{ПП}$, то найденные токи верны.

4. Топографическая диаграмма напряжений и векторная диаграмма ТОКОВ

Для построения топографической диаграммы напряжений обозначим на схеме точки между элементами схемы и найдём в этих точках значения потенциалов.

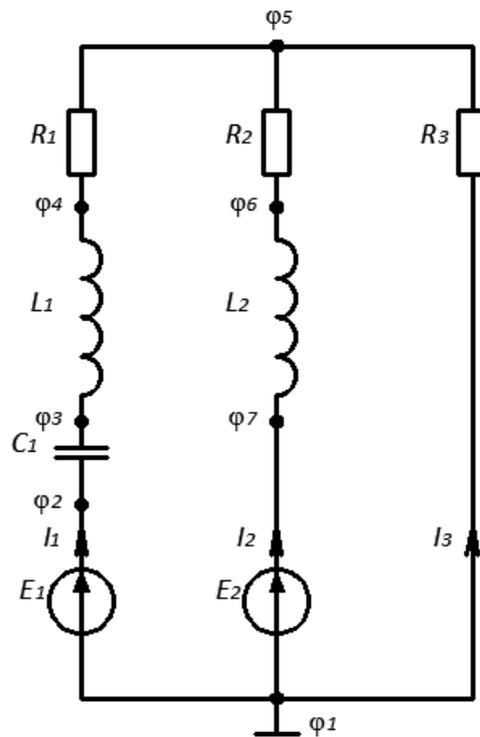


Рис. 3 Схема с обозначенными потенциалами

$$\varphi_1 = 0$$

$$\varphi_2 = \underline{E}_1 = -83,885 + j4,396 = 84e^{j177^\circ} \text{ В}$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 - \underline{I}_1(-jX_{C1}) = -116,05 + j46,16 = 124,89e^{j158^\circ} \text{ В}$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 - \underline{I}_1(jX_{L1}) = -104,35 + j30,97 = 108,85e^{j163^\circ} \text{ В}$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 - \underline{I}_1 R_1 = -123,69 + j16,08 = 124,73e^{j173^\circ} \text{ В}$$

$$\varphi_6 = \varphi_5 + \underline{I}_2 R_2 = -233,71 - j5,25 = 233,77e^{j181^\circ} \text{ В}$$

$$\varphi_7 = \varphi_3 + \underline{I}_2(jX_{L2}) = -223,14 - j59,79 = 231,01e^{j195^\circ} \text{ В}$$

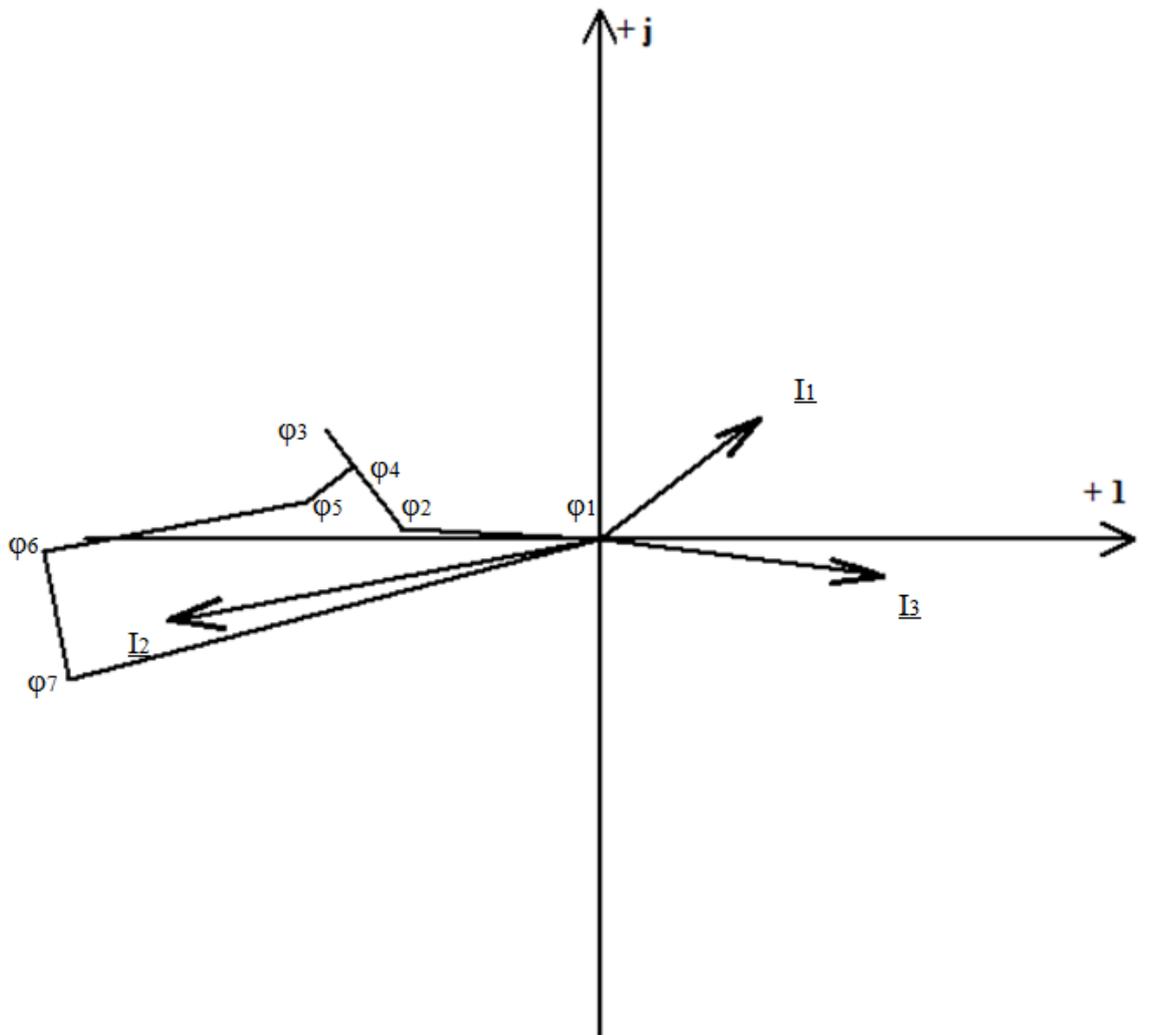


Рис. 4 Топографическая диаграмма напряжений, совмещённая с векторной диаграммой
ТОКОВ

5. Уравнения Кирхгофа в дифференциальной и комплексной формах

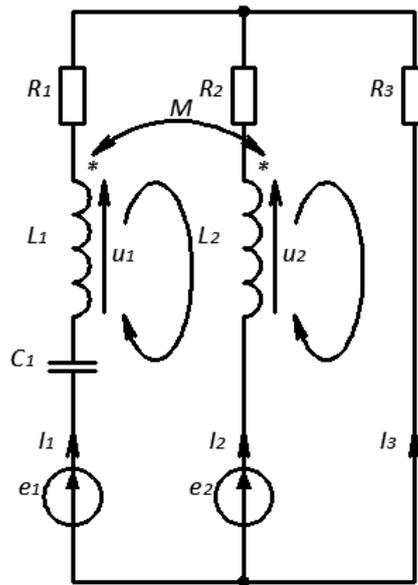


Рис. 5 Схема с обозначенной магнитной связью между катушками индуктивности

Определим напряжения на катушках:

$$u_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$

$$u_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

Уравнения Кирхгофа в дифференциальной форме:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ \frac{1}{C_1} \int_0^t i_1 dt + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} + i_1 R_1 - i_2 R_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} - M \frac{di_1}{dt} = e_1 - e_2 \\ L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} + i_2 R_2 - i_3 R_3 = e_2 \end{cases}$$

Уравнения Кирхгофа в комплексной форме:

$$\begin{cases} \underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3 = 0 \\ \underline{I}_1 j \frac{1}{\omega C_1} + \underline{I}_1 j \omega L_1 + \underline{I}_2 j \omega M + \underline{I}_1 R_1 - \underline{I}_2 R_2 - \underline{I}_2 j \omega L_2 - \underline{I}_1 j \omega M = \underline{E}_1 - \underline{E}_2 \\ \underline{I}_2 j \omega L_2 + \underline{I}_1 j \omega M + \underline{I}_2 R_2 - \underline{I}_3 R_3 = \underline{E}_2 \end{cases}$$