

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального
образования
УФИМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
КАФЕДРА ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ

Расчетно-графическая работа №1
Расчет линейной электрической цепи
постоянного тока

Выполнил: студент гр.

Проверил:

Уфа 2011

Вариант:

Исходные данные:

$R_1 = 20 \text{ Ом}$

$R_2 = 50 \text{ Ом}$

$R_3 = 60 \text{ Ом}$

$R_4 = 40 \text{ Ом}$

$R_5 = 70 \text{ Ом}$

$R_6 = 20 \text{ Ом}$

$E_4 = -100 \text{ В}$

$E_5 = 250 \text{ В}$

$J_{кз} = -7 \text{ А}$

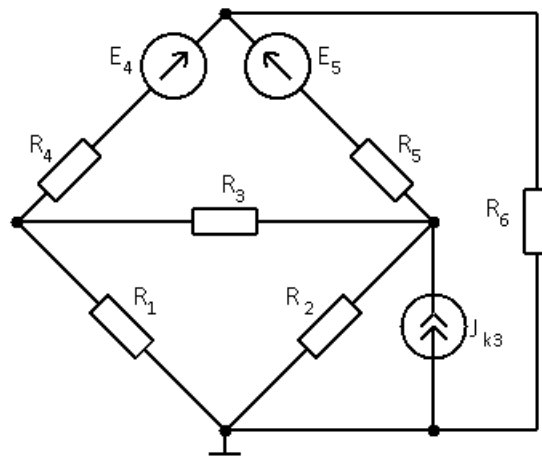


Рис. 1 Исходная схема

Задание:

1. Определить все токи методом контурных токов.
2. Определить все токи методом узловых напряжений, приняв потенциал 4-го узла равным нулю.
3. Произвести проверку по законам Кирхгофа.
4. Составить баланс мощностей.
5. Определить ток I_1 методом эквивалентного генератора.
6. Начертить в масштабе потенциальную диаграмму для любого контура, включающего в себя две ЭДС.

1. РАСЧЕТ ЦЕПИ МЕТОДОМ КОНТУРНЫХ ТОКОВ

Зададим произвольно направления токов в ветвях схемы (Рис. 2).

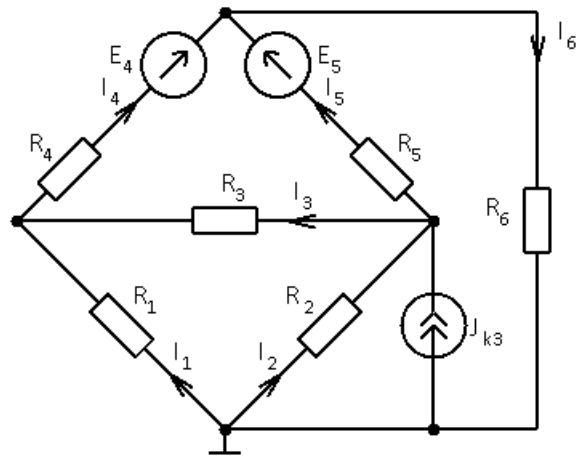


Рис. 2. Схема с произвольно выбранными направлениями токов

Число ветвей схемы $v = 7$

Число ветвей схемы, содержащих источник тока $v_{ит} = 1$

Число узлов $y = 4$

Составим линейно независимые уравнения по первому закону Кирхгофа, число которых равно числу узлов без единицы ($y - 1 = 3$):

$$\begin{cases} 1: I_1 + I_3 - I_4 = 0 \\ 2: I_4 + I_5 - I_6 = 0 \\ 3: I_2 - I_3 - I_5 + J_{k3} = 0 \end{cases} \quad (1.1)$$

По второму закону Кирхгофа составляем уравнения, число которых равно

$$n = v - v_{ит} - (y - 1) = 3$$

$$\begin{cases} I: I_1 R_1 - I_3 R_3 - I_2 R_2 + J_{k3} R_2 = 0 \\ II: I_3 R_3 + I_4 R_4 - I_5 R_5 = E_4 - E_5 \\ III: I_2 R_2 + I_5 R_5 + I_6 R_6 - J_{k3} R_2 = E_5 \end{cases} \quad (1.2)$$

Зададим произвольно направления контурных токов:

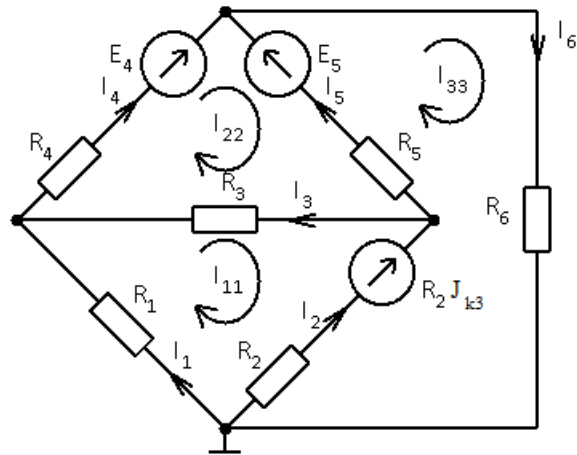


Рис. 3. Схема с произвольно выбранными направлениями контурных токов

Для каждого контура составим уравнения по второму закону Кирхгофа:

$$\begin{cases} I: I_{11}(R_1 + R_2 + R_3) - I_{22}R_3 - I_{33}R_2 = E_{11} \\ II: I_{22}(R_3 + R_4 + R_5) - I_{11}R_3 - I_{33}R_5 = E_{22} \\ III: I_{33}(R_2 + R_5 + R_6) - I_{11}R_2 - I_{22}R_5 = E_{33} \end{cases} \quad (1.3)$$

$$E_{11} = -J_{k3}R_2$$

$$E_{22} = E_4 - E_5$$

$$E_{33} = E_5 + J_{k3}R_2$$

Выразим искомые токи через контурные токи:

$$\begin{cases} I_1 = I_{11} \\ I_2 = I_{33} - I_{11} - J_{k3} \\ I_3 = I_{22} - I_{11} \\ I_4 = I_{22} \\ I_5 = I_{33} - I_{22} \\ I_6 = I_{33} \end{cases} \quad (1.4)$$

Система уравнений выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} 130I_{11} - 60I_{22} - 50I_{33} = 350 \\ -60I_{11} + 170I_{22} - 70I_{33} = -350 \\ -50I_{11} - 70I_{22} + 140I_{33} = -100 \end{cases} \quad (1.5)$$

Эту систему уравнений можно решить, представив ее в виде матрицы:

$$\begin{bmatrix} 130 & -60 & -50 \\ -60 & 170 & -70 \\ -50 & -70 & 140 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 350 \\ -350 \\ -100 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Решая эту матрицу, получаем следующие контурные токи:

$$I_{11} = 1,065 \text{ A}$$

$$I_{22} = -2,2924 \text{ A}$$

$$I_{33} = -1,4801 \text{ A}$$

$$I_{44} = 7 \text{ A}$$

Находим искомые токи:

$$I_1 = 1,065 \text{ A};$$

$$I_2 = 4,4549 \text{ A};$$

$$I_3 = -3,3574 \text{ A};$$

$$I_4 = -2,2924 \text{ A};$$

$$I_5 = 0,8123 \text{ A};$$

$$I_6 = -1,4801 \text{ A}$$

2. РАСЧЕТ ЦЕПИ МЕТОДОМ УЗЛОВЫХ ПОТЕНЦИАЛОВ

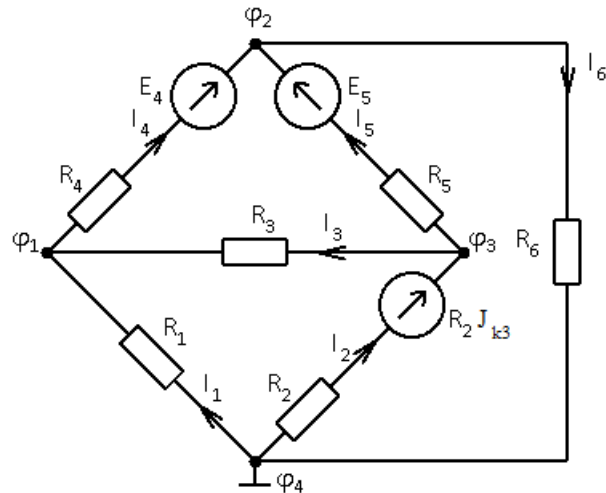


Рис. 4. Схема с обозначенными потенциалами в узлах

Выберем в качестве базисного узел 4 и приравняем к нулю его потенциал $\varphi_4 = 0$

Выразим искомые токи через потенциалы $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$:

$$I_i = \frac{(\pm U_i \pm E_i)}{R_i}$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 = (\varphi_4 - \varphi_1)G_1 \\ I_2 = (\varphi_4 - \varphi_3)G_2 \\ I_3 = (\varphi_3 - \varphi_1)G_3 \\ I_4 = (\varphi_1 - \varphi_2 + E_4)G_4 \\ I_5 = (\varphi_3 - \varphi_2 + E_5)G_5 \\ I_6 = (\varphi_2 - \varphi_4)G_6 \end{cases}$$

Т.к. $\varphi_4 = 0$, то получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} I_1 = (-\varphi_1) \cdot G_1 \\ I_2 = (-\varphi_3) \cdot G_2 \\ I_3 = (\varphi_3 - \varphi_1) \cdot G_3 \\ I_4 = (\varphi_1 - \varphi_2 + E_4) \cdot G_4 \\ I_5 = (\varphi_3 - \varphi_2 + E_5) \cdot G_5 \\ I_6 = (\varphi_2) \cdot G_6 \end{cases}$$

Составим систему уравнений для нахождения потенциалов:

$$\begin{cases} \varphi_1 \cdot G_{11} - \varphi_2 \cdot G_{12} - \varphi_3 \cdot G_{13} = J_{11} \\ -\varphi_1 \cdot G_{21} + \varphi_2 \cdot G_{22} - \varphi_3 \cdot G_{23} = J_{22} \\ -\varphi_1 \cdot G_{31} - \varphi_2 \cdot G_{32} + \varphi_3 \cdot G_{33} = J_{33} \end{cases}$$

Определим взаимную и собственную проводимости:

$$G_{11} = G_1 + G_3 + G_4 = 1/20 + 1/60 + 1/40 = 0,0917 \text{ См}$$

$$G_{22} = G_4 + G_5 + G_6 = 1/40 + 1/70 + 1/20 = 0,0893 \text{ См}$$

$$G_{33} = G_2 + G_3 + G_5 = 1/50 + 1/60 + 1/70 = 0,051 \text{ См}$$

$$G_{12} = G_{21} = G_4 = 1/40 = 0,025 \text{ См}$$

$$G_{13} = G_{31} = G_3 = 1/60 = 0,0167 \text{ См}$$

$$G_{23} = G_{32} = G_5 = 1/70 = 0,0143 \text{ См}$$

Найдем узловые токи:

$$J_{11} = -E_4 G_4 = 100/40 = 2,5 \text{ А}$$

$$J_{22} = E_4 G_4 + E_5 G_5 = -100/40 + 250/70 = 1,0714 \text{ А}$$

$$J_{33} = -E_5 G_5 + I_{к3} = -250/70 - 7 = -10,5714 \text{ А}$$

Систему уравнений можно представить в виде матрицы:

0,0917	-0,025	-0,0167	2,5
-0,025	0,0893	-0,0143	1,0714
-0,0167	-0,0143	0,051	-10,5714

Решением матрицы будут искомые значения потенциалов:

$$\varphi_1 = -21,3477 \text{ В}$$

$$\varphi_2 = -29,621 \text{ В}$$

$$\varphi_3 = -222,5782 \text{ В}$$

$$\varphi_4 = 0 \text{ В}$$

Находим токи, подставляя значения потенциалов в систему уравнений (2.2):

$$I_1 = (-\varphi_1) G_1 = (21,3477)/20 = 1,0674 \text{ А}$$

$$I_2 = (-\varphi_3) G_2 = (222,5782)/50 = 4,4516 \text{ А}$$

$$I_3 = (\varphi_3 - \varphi_1) G_3 = (-222,5782 - (-21,3477))/60 = -3,3538 \text{ А}$$

$$I_4 = (\varphi_1 - \varphi_2 + E_4) G_4 = (-21,3477 - (-29,621) - 100)/40 = -2,2932 \text{ А}$$

$$I_5 = (\varphi_3 - \varphi_2 + E_5) G_5 = (-222,5782 - (-29,621) + 250)/70 = 0,8149 \text{ А}$$

$$I_6 = (\varphi_2) G_6 = (-29,621)/20 = -1,4811 \text{ А}$$

Сравним значения полученных токов, найденных методом контурных токов (МКТ) и методом узловых потенциалов (МУП):

Метод	Ток , А					
	I ₁	I ₂	I ₃	I ₄	I ₅	I ₆
МКТ	1,065	4,4549	-3,3574	-2,2924	0,8123	-1,4801
МУП	1,0674	4,4516	-3,3538	-2,2932	0,8149	-1,4811

3. БАЛАНС МОЩНОСТЕЙ

Составим баланс мощностей в исходной схеме с источником тока, вычислив суммарную мощность источников и суммарную мощность приемников.

$$I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = E_4 I_4 + E_5 I_5 + J_{k3} U_{34}$$

Суммарная мощность приемников:

$$\sum_{i=1}^n P_{np} = I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 = (1,065)^2 \cdot 20 + (4,4549)^2 \cdot 50 + (-3,3574)^2 \cdot 60 + (-2,2924)^2 \cdot 40 + (0,8123)^2 \cdot 70 + (-1,4801)^2 \cdot 20 = 1991,525 \text{ Вт}$$

Суммарная мощность источников:

$$\sum_{i=1}^n P_{ист} = E_4 I_4 + E_5 I_5 + J_{k3} U_{34} = E_4 I_4 + E_5 I_5 + J_{k3} (E_2 - I_2 R_2) = -100 \cdot -2 + 250 \cdot 1 + -7 \cdot (0 - 4 \cdot 50) = 1991,53 \text{ Вт}$$

Допускается расхождения баланса активных мощностей

$$\Delta P = \frac{\sum P_{ист} - \sum P_{np}}{\sum P_{ист}} \cdot 100\% = 0,0002 < 0,5\%$$

Баланс мощностей сходится, значит, расчет токов произведен верно.

4. РАСЧЕТ ТОКА I_1 МЕТОДОМ ЭКВИВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА

4.1. Расчет напряжения холостого хода U_{xx}

Разомкнем ветвь ab и определим напряжение U_{xx} на зажимах разомкнутой ветви ab.

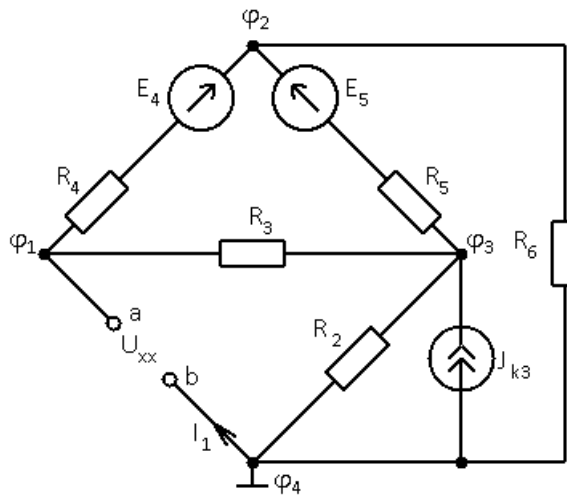


Рис. 5. Схема с разомкнутой веткой ab

U_{xx} можно представить в следующем виде:

$$U_{xx} = \varphi_4 - \varphi_1$$

Принимая $\varphi_4 = 0$ получим:

$$U_{xx} = -\varphi_1$$

Найдем неизвестное значение φ_1 методом узловых потенциалов.

Составим систему уравнений для нахождения потенциалов:

$$\begin{cases} \varphi_1 \cdot G_{11} - \varphi_2 \cdot G_{12} - \varphi_3 \cdot G_{13} = J_{11} \\ -\varphi_1 \cdot G_{21} + \varphi_2 \cdot G_{22} - \varphi_3 \cdot G_{23} = J_{22} \\ -\varphi_1 \cdot G_{31} - \varphi_2 \cdot G_{32} + \varphi_3 \cdot G_{33} = J_{33} \end{cases}$$

Определим взаимную и собственную проводимости:

$$G_{11} = G_3 + G_4 = 1/60 + 1/40 = 0,0417 \text{ См}$$

$$G_{22} = G_4 + G_5 + G_6 = 1/40 + 1/70 + 1/20 = 0,0893 \text{ См}$$

$$G_{33} = G_2 + G_3 + G_5 = 1/50 + 1/60 + 1/70 = 0,051 \text{ См}$$

$$G_{12} = G_{21} = G_4 = 1/40 = 0,025 \text{ См}$$

$$G_{13} = G_{31} = G_3 = 1/60 = 0,0167 \text{ См}$$

$$G_{23} = G_{32} = G_5 = 1/70 = 0,0143 \text{ См}$$

Найдем узловые токи:

$$J_{11} = -E_4 G_4 = 100/40 = 2,5 \text{ A}$$

$$J_{22} = E_4 G_4 + E_5 G_5 = -100/40 + 250/70 = 1,0714 \text{ A}$$

$$J_{33} = -E_5 G_5 + I_{K3} = -250/70 - 7 = -10,5714 \text{ A}$$

Систему уравнений можно представить в виде матрицы:

0,0417	-0,025	-0,0167	2,5
-0,025	0,0893	-0,0143	1,0714
-0,0167	-0,0143	0,051	-10,5714

Решением матрицы будут искомое значение потенциала:

$$\varphi_1 = -62,557 \text{ В}$$

Определим напряжение U_{xx} :

$$U_{xx} = -\varphi_1 = 62,557 \text{ В}$$

4.2. Расчет входного сопротивления $R_{вх}$

Определим входное сопротивление $R_{экв}$ всей схемы по отношению к зажимам ab при замкнутых источниках ЭДС и разомкнутой ветви с источником тока:

Заменим данную схему, изменив соединение резисторов “треугольник” R_3, R_4, R_5 на эквивалентное соединение “звездой” R_a, R_b, R_c :

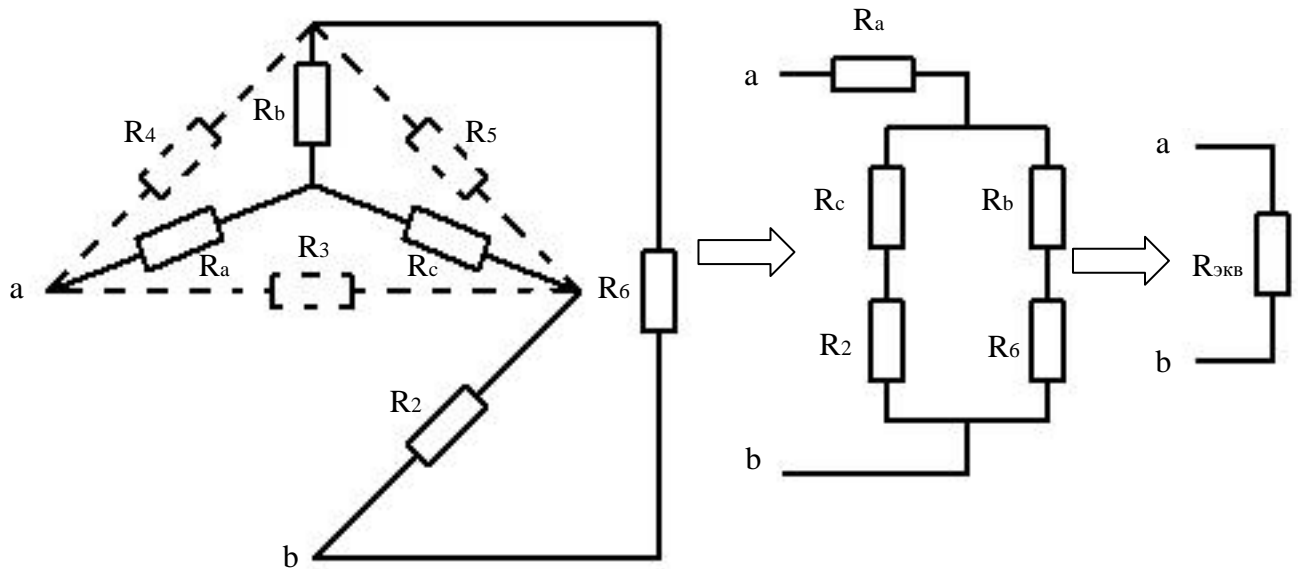


Рис. 6. Преобразования схемы для определения $R_{экв}$

$$R_a = R_3 \cdot R_4 / (R_3 + R_4 + R_5) = 60 \cdot 40 / (60 + 40 + 70) = 14,1176 \text{ Ом}$$

$$R_b = R_4 \cdot R_5 / (R_3 + R_4 + R_5) = 40 \cdot 70 / (60 + 40 + 70) = 16,4706 \text{ Ом}$$

$$R_c = R_3 \cdot R_5 / (R_3 + R_4 + R_5) = 60 \cdot 70 / (60 + 40 + 70) = 24,7059 \text{ Ом}$$

$$R_d = R_b + R_6 = 16,4706 + 20 = 36,4706 \text{ Ом}$$

$$R_e = R_c + R_2 = 24,7059 + 50 = 74,7059 \text{ Ом}$$

В итоге получим:

$$R_{экв} = R_a + R_d \cdot R_e / (R_d + R_e) = 14,1176 + 36,4706 \cdot 74,7059 / (36,4706 + 74,7059) = 38,6243 \text{ Ом}$$

Находим искомый ток I_1 закону Ома:

$$I_1 = U_{xx} / (R_1 + R_{экв})$$

$$I_1 = 62,557 / (20 + 38,6243) = 1,0671 \text{ А}$$

5. ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ДИАГРАММА

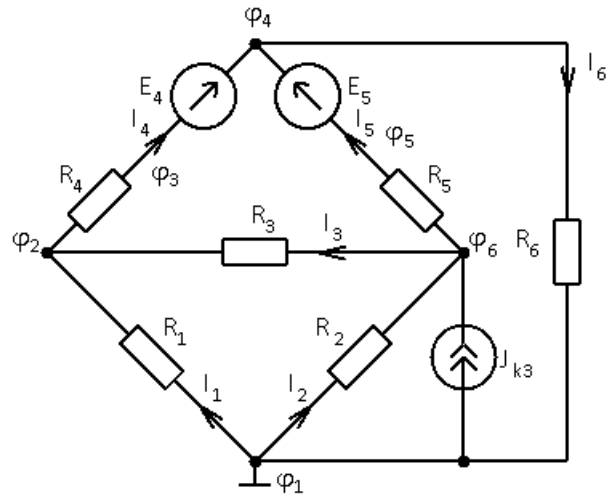


Рис. 7. Схема с обозначенными потенциалами

За нулевой потенциал примем потенциал узла 4: $\varphi_1 = 0$

Рассчитаем значение потенциала во всех точках контура:

$$\varphi_2 = \varphi_1 - I_1 R_1 = -1,065 \cdot 20 = -21,3 \text{ В}$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 - I_4 R_4 = -21,3 - 2,2924 \cdot 40 = 70,396 \text{ В}$$

$$\varphi_4 = \varphi_3 + E_4 = 70,396 + -100 = -29,604 \text{ В}$$

$$\varphi_5 = \varphi_4 - E_5 = -29,604 - 250 = -279,604 \text{ В}$$

$$\varphi_6 = \varphi_5 + I_5 R_5 = -279,604 + 0,8123 \cdot 70 = -222,745 \text{ В}$$

$$\varphi_1 = \varphi_6 + I_2 R_2 = -222,745 + 4,4549 \cdot 50 = 0 \text{ В}$$

По полученным данным построим потенциальную диаграмму:

